

エネルギー伝達特性によるインバータ回路の解析

～エネルギー伝達視点からの昇圧形 DC-DC コンバータの概念設計と性能適正化～

神奈川大学 山崎 徹・髙本 冴慧

1. 緒言

近年、製品開発においては、高品質・高性能・低コストを両立しつつ、開発期間短縮と手戻り削減を実現することが求められている。この要求に対し、数式モデルに基づき設計検討を行う MBD や、物理現象の本質を簡潔に表現する 1D-CAE が活用されている。本研究で扱うエネルギー伝達モデルは、エネルギーの伝達と散逸を係数として表現し、異なる物理分野の現象を共通の指標で整理する枠組みである。

先行研究では、エネルギー伝達モデルを主として機械構造系に適用し、ロードノイズ、エンジンシェイク、車両運動性能、衝突性能などを対象として、初期設計段階における設計指標としての有効性が示されてきた。一方、電動化の進展により、電気回路を含むシステムでは、振動騒音、発熱、高周波ノイズ、EMC といった課題が顕在化している。

そこで本研究では、エネルギー伝達モデルを電気系へ拡張するための第一段階として、昇圧形 DC-DC コンバータを対象(図 1 に回路図を示す)に、平均的な特性を記述できる状態平均化モデルを導出し、これを基に過渡応答を含むエネルギー伝達モデルを構築するとともに、回路シミュレーションおよび実機実験によりその有効性を検証した結果を報告する。

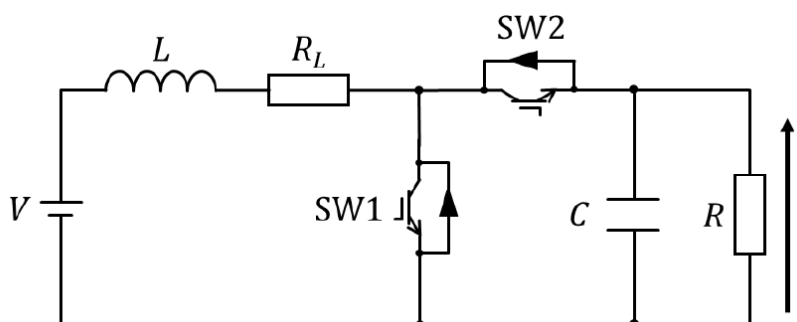


図 1 昇圧形 DC-DC コンバータの回路図

2. 過渡領域におけるエネルギー伝達モデル

電気回路へエネルギー伝達モデルを適用するための基礎理論として、まず一自由度振動系を対象に過渡領域におけるエネルギー散逸特性を整理する。質量 m 、ばね定数 k 、減衰係数 c から成る一自由度振動系のパワー平衡式は、次式で表される。

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2 \right] + c \dot{x}^2 = F(t) \dot{x} \quad (1)$$

左辺第 1 項は系に蓄積される運動エネルギーおよびポテンシャルエネルギーの時間変化、左辺第 2 項は減衰要素によるエネルギー散逸、右辺は外力から系へ供給される入力パワーを表している。従来のエネルギー伝達モデルの導出では定常状態を仮定し、系内エネルギーの時間変化項がゼロとなる条件のもとで散逸量のみに着目してモデル化が行われてきた。一方、本研究では過渡応答を対象とするため、エネルギーの時間変化項を保持したまま議論を進める点に特徴がある。

ここで、式(1)に対してステップ入力 $F(t) = F_0$ を与えた場合の応答を考える。減衰の状態に応じて応答形は異なるが、その一般的な表現として、系の応答は指数関数的に減衰する成分を含む形で記述される。このとき、系内に蓄積される運動エネルギーおよびポテンシャルエネルギーの和 $E(t)$ は、次式のように表される。

$$E(t) = \frac{F_0^2}{2k^2\lambda^2} e^{-\frac{2}{\tau}t} \left[k \left(-\lambda e^{\frac{t}{\tau}} + h(t) \right)^2 + m \left(\frac{1}{\tau} h(t) - \frac{dh(t)}{dt} \right)^2 \right] \quad (2)$$

ただし、 $h(t)$ は減衰状態に応じた時間関数、 λ は応答振幅を正規化する定数であり、いずれも応答形状の詳細を記述する役割を担う。また、 τ は時定数である。

図2は、一自由度振動系にステップ入力を与えた場合の全エネルギー $E(t)$ の時刻歴と、その包絡線を示したものである。黒実線で示す全エネルギー $E(t)$ は、時間の経過とともに振動しながら減衰している。これは、系内で運動エネルギーとポテンシャルエネルギーが相互に変換されつつ、減衰要素によってエネルギーが散逸しているためである。一方、赤破線で示す包絡線は、この振動成分を平均的に見たときの減衰傾向を表している。

ここで、ステップ入力に対する応答では、最終的に静的変位に対応したポテンシャルエネルギーが系内に残るため、全エネルギー $E(t)$ 自体は0には収束せず、一定値に漸近する。したがって、過渡応答の減衰特性を評価するには、瞬時の振動波形そのものではなく、定常値からのずれの減衰に着目することが適切である。このとき、全エネルギーの過渡成分は包絡線として指数関数的に減衰するとみなせるため、その代表形を式(2)に基づいて整理することができる。

この指数包絡の減衰速度は時定数 τ により定まり、過渡領域におけるエネルギー散逸特性を

$$\eta_t = \frac{2}{\tau}$$

(3)

と定義することで、包絡線の減衰傾向を単一の指標として表現できる。さらに、過減衰条件では $\tau = 2m/c$ と表されるため、

$$\eta_t = \frac{c}{m} \quad (4)$$

となる。すなわち、過渡領域においても、エネルギーの減衰速度は定常領域で得られる散逸特性と同じ形で整理できる。

以上より、図2は、過渡応答における複雑なエネルギー変動を、包絡線の減衰として捉えることで、エネルギー散逸特性という簡潔な設計指標へ読み替えられることを示している。

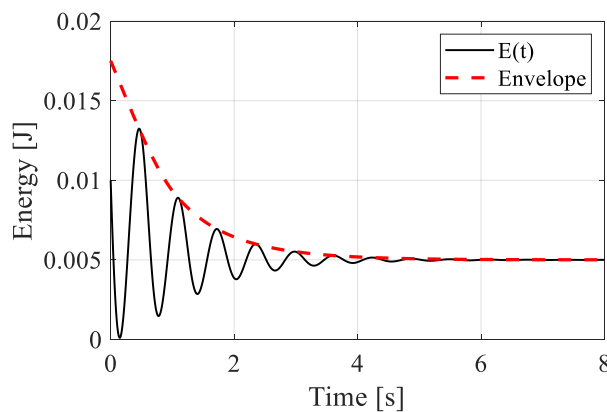


図2 一自由度振動系におけるエネルギー包絡と過渡散逸特性

3. 昇圧形 DC-DC コンバータの基礎理論

3.1 回路構成と昇圧理論

昇圧形 DC-DC コンバータは、スイッチング動作によってインダクタにエネルギーを一時的に蓄積し、そのエネルギーを出力側へ伝達することで、入力電圧よりも高い電圧を得る回路である。

本研究で対象とする昇圧形 DC-DC コンバータを図 1 に示す。 L はコイルのインダクタンス、 R_L はコイルの寄生抵抗、 C はコンデンサのキャパシタンス、 R は出力負荷の抵抗値、 V は入力電圧、 v_{out} は出力電圧であり、スイッチング素子は SW1 と SW2 で示す。スイッチの状態に応じて回路構造が切り替わり、それぞれに対応する回路方程式が定義される。

3.2 状態平均化法によるモデル化

昇圧形 DC-DC コンバータはスイッチング素子を含むため、スイッチのオン・オフに応じて回路構造が時間的に切り替わる非連続系である。各回路の状態を図 3 に示す。

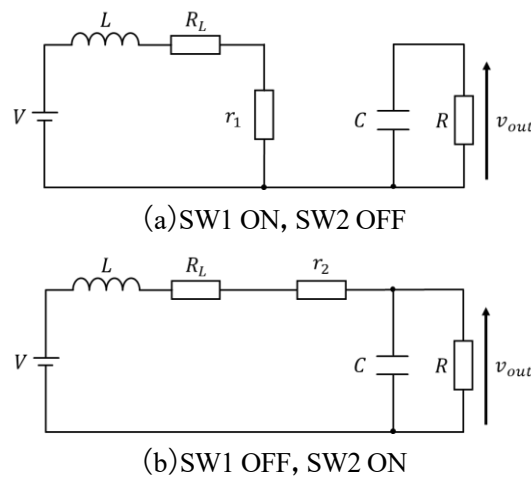


図 3 スイッチ状態ごとの回路

ここで、スイッチング素子は通電中にオン抵抗を持つため、各スイッチがオンの期間では一定の抵抗値 r_1, r_2 として扱う。状態平均化法(SSA)は、スイッチオン時およびオフ時の回路方程式をそれぞれ記述し、デューティ比を用いて 1 スwitchング周期にわたって時間平均を取ることで、平均的な動特性を表す連続時間モデルを導出する手法である。本研究では、初期設計段階における概念設計への適用を目的としているため、平均的な電圧・電流応答を扱う SSA モデルを採用する。 D はデューティ比であり、 $D' = 1 - D$ とすると昇圧形 DC-DC コンバータの SSA モデルは以下の式(5)となる。

$$\frac{LC}{D'} \ddot{v}_{out} + \frac{L+RC(r_1D+r_2D'+R_L)}{RD'} \dot{v}_{out} + \frac{r_1D+r_2D'+R_L+RD'^2}{RD'} v_{out} = V \quad (5)$$

4. エネルギー伝達モデルの導出と検証

本章では、初めに昇圧形 DC-DC コンバータのエネルギー伝達モデルの導出を行う。また、エネルギー伝達モデルを用いて回路パラメータ変更に伴う応答傾向を評価し、回路シミュレーションおよび実機実験との比較により、その妥当性を検証する。

4.1 昇圧形 DC-DC コンバータのエネルギー伝達モデル

本節では、昇圧形 DC-DC コンバータのエネルギー伝達モデルの導出方法について述べる。機械系においては、質量やばね、ダンパといった要素に蓄えられるエネルギーおよび散逸されるエネルギーを基に、系全体のエネルギー収支を記述することが可能である。一方、電気系においても、インダクタおよびコンデンサにはそれぞれ磁気エネルギーおよび電気エネルギーが蓄積され、抵抗要素においてエネルギーが散逸される。よって、電気回路

における支配方程式も、エネルギーに基づくと同様の構造を有している。すなわち、物理量の種類に依らず、機械系と電気系は共通の枠組みで記述可能である。以下、この観点からエネルギー伝達モデルを導出する。

昇圧形 DC-DC コンバータに状態平均化法を適用すると、コイル電流およびコンデンサ電圧を状態量とする連続時間の二次系が得られ、その構造は二次遅れ系となる。このため、一自由度振動系に対して定義したエネルギー伝達モデル(一自由度系ではエネルギー散逸特性のみで表される)は、SSA モデルに対しても同様の手順で定義可能である。

ここで、式(5)を $a_2 \ddot{v}_{out} + a_1 \dot{v}_{out} + a_0 v_{out} = V$ とおき、一自由度系と同様に、散逸特性を $\eta_t = a_1/a_2$ と定義すると、昇圧形 DC-DC コンバータのエネルギー散逸特性は式(6)となる。

$$\eta_t = \frac{L+RC(r_1 D+r_2 D'+R_L)}{RLC} \quad (6)$$

4.2 エネルギー伝達モデルによる応答予測

本節では、導出したエネルギー散逸特性を用い、回路パラメータの変更に伴う出力電圧の応答傾向が予測可能であることを、実験および回路シミュレータ(LTspice)により示す。入力電圧 5 V, デューティ比 0.6, スイッチング周波数 12 kHz とし、回路素子は表 1 に示す。比較対象としてシミュレーションではコンデンサ容量を 3 条件 Small C(100 μ F), Original(220 μ F), Large C(470 μ F)に変更し、実験では Small C と Original の 2 条件で比較を行った。

表 1 シミュレーションおよび実験条件

Name	Symbol	Value	Remarks	Manufacturer
Inductance	L	47 μ H	15473C	Murata Power Solutions
Coil Series Resistance	R_L	45.6m Ω		
Capacitor	C	220 μ F	EKMQ350ELL 221MHB5D	NIPPON CHEMI-CON CORPORATION
		100 μ F	EKMQ161ELL 101MK25S	
Resistance	R	1k Ω	-	ELEGOO
MOSFET	r_1, r_2	11.5m Ω	TK22A10N1	Toshiba

各条件に対してエネルギー散逸特性 η_t を算出した結果を表 2 に示す。

表 2 キャパシタンス変更時のエネルギー散逸特性

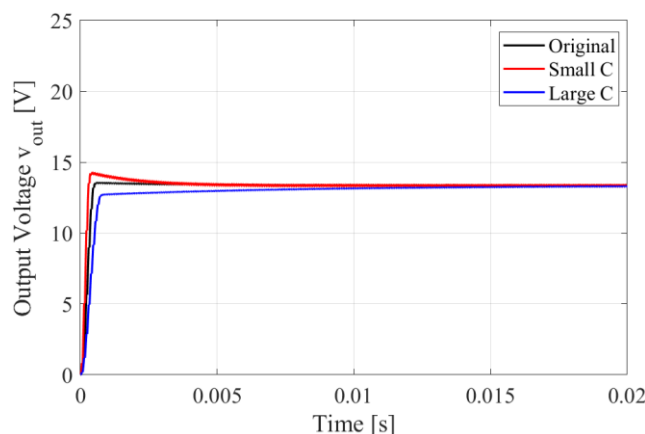
条件	キャパシタンス C [μ F]	η_t [s^{-1}]
Small C	100	1224.9
Original	220	1219.4
Large C	470	1217.0

表 2 より、 η_t はコンデンサ容量を小さくするにつれて増加する傾向が確認できる。 η_t は系内に供給されたエネルギーがどの程度速く散逸するかを表す指標であり、 η_t が大きい条件ほどエネルギー散逸が強いことを意味する。この結果から、Small C の条件ではエネルギーが速やかに散逸し、過渡応答の収束が早くなり、Large C の条件では反対に、応答は緩やかになることが予測される。

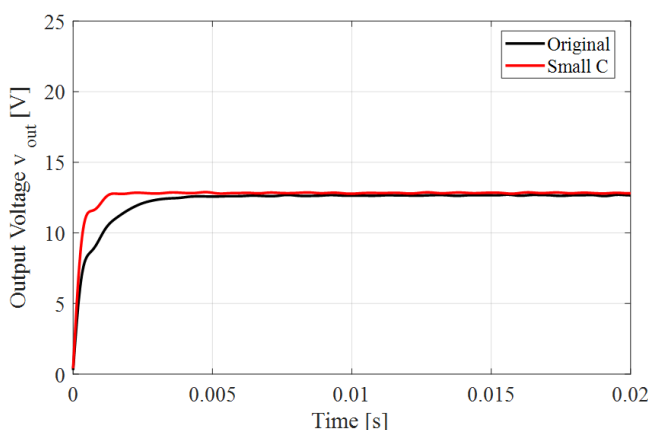
図 4(a)に回路シミュレータ、図 4(b)に実験による各条件の出力電圧の時間応答を示す。その結果、シミュレーションおよび実験の双方において、Small C 条件では出力電圧の立ち上がりおよび収束が速く、Large C 条件では電圧変化が緩やかになる傾向が確認された。これらの応答の違いは、表 2 に示した η_t の大小関係と定性的に一致している。また、式(3)より、 η_t は時定数 τ と反比例の関係にあり、コンデンサ容量を小さくすると η_t が増加することから、 τ は減少することが予測される。このとき、 τ が小さくなると収束が早くなるため、エネルギーが系内で散逸するのが早くなり、速やかに収束すると考えられる。これはエネルギー散逸特性による解釈と一致してお

り、従来手法である時定数に対してもエネルギー視点から解釈可能であることが示された。なお、本条件では η_t の差は小さいが、図 4 より、立ち上がりと収束の傾向差としてはシミュレーションおよび実験の双方で再現された。

以上より、エネルギー散逸特性を用いることで、回路パラメータ変更に伴う動特性の傾向を事前に把握可能であることを示した。



(a) LTspice シミュレーション結果



(b) 実験結果(ローパスフィルタ後)

図 4 出力電圧応答

5. 結語

本研究の究極的な目的は、電気、機械構造、磁気、熱など複数物理が相互作用するシステムに対し、エネルギー伝達モデルを共通言語として初期設計段階から多性能適正化を行う枠組みを構築することである。本報ではその第一段階として、電気回路への適用可能性を明確化することを目的とし、昇圧形 DC-DC コンバータを対象に、エネルギー伝達モデルの導出と検証を行った。本報で得られた主な成果は以下のとおりである。

- 1) 一自由度振動系を対象に、過渡領域におけるエネルギー伝達モデルを新たに導出し、指数包絡に基づく指標として整理した。
- 2) 昇圧形 DC-DC コンバータに対して状態平均化法を適用した。これが二次系と同様の構造を表すことに着目することで、1)と同様の手順を経てエネルギー伝達モデルの適用が可能であることを示した。
- 3) 回路素子のパラメータ変更に対するエネルギー散逸特性の値の変化から、応答変化の傾向を予測できることを示した。また、回路シミュレーションと実機実験の比較により、妥当性を確認した。

以上より、本年度の到達点として、エネルギー伝達モデルが電気回路単体の平均応答に対して有効な設計指標であることを示した。一方で、当初の最終目標であるインバータユニット全体、さらには熱・磁気・構造系を含む多性能適正化にまでは至っていない。今後は、対象をインバータや周辺要素へ拡張し、電気回路における損失、分布定数性、周波数依存性を考慮したモデル化を進めるとともに、熱、構造、EMC を含む多性能適正化へ発展させることが課題である。

参考文献

- (1) 山崎徹, 岩本凌, 栗原海, 岩田和朗, “二自由度振動系の振動エネルギー伝達特性を用いた振動制御”, 日本機械学会論文集, Vol.89, No.924(2023), 22-00315.
- (2) 落合政司, 『スイッチング電源の原理と設計』第2版第1刷, 株式会社オーム社(2025), pp.61-67.
- (3) Middlebrook, R. D. and Cuk, S., “A General Unified Approach to Modelling Switching-Converter Power Stages”, International Journal of Electronics, Vol.42, No.6(1977), pp.521-550.